

Országos Szilárd Leó fizikaverseny feladatai

II. kategória döntő (9-10. évf.)

2005. április 9. Paks

*A feladatok megoldásához 180 perc áll rendelkezésre. Minden segédeszköz használható.
Minden feladatot külön lapon írjon, s minden lapon legyen rajta a megoldó kódja.
A feladatok NEM nehézségi sorrendben vannak.*

1. feladat (kitűzte: Kopcsa József)

Atomos gázok (gőzök) kibocsátási (emissziós) színekében mindig több vonal figyelhető meg, mint ugyanazon anyag elnyelési (abszorpciós) színekében. Mi lehet ennek a magyarázata?

(5 pont)

Megoldás:

Jelöljük egy atom lehetséges állapotainak energiáját $E_0, E_1, E_2, \dots, E_n, \dots$ -el. A kibocsátott, illetve elnyelt fotonok frekvenciájára teljesül a Bohr-féle feltétel: $h\nu_{ik} = E_i - E_k$.

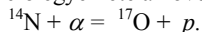
Abszorpció esetén alapállapotú atomokat gerjesztünk, tehát az átmenetben az egyik állapot feltétlenül a $k = 0$ állapot. Emisszió esetén gerjesztett atomok térnek vissza alacsonyabb energiájú állapotokba, ezért egy magasan gerjesztett állapotból több, alacsonyan gerjesztett állapotba is történhet átmenet (pl. $i = 4$ mellett $k = 0, 1, 2, 3$ is lehet).

Formázott: Szegély: Fent: (Szegély nélkül), Alul: (Szegély nélkül), Bal oldalt: (Szegély nélkül), Jobb oldalt: (Szegély nélkül)

2. feladat (kitűzte: Radnóti Katalin)

2. feladat (kitűzte: Radnóti Katalin)

Az első mesterséges atommag-átalakítást Rutherford végezte 1919-ben. Azt figyelte meg, hogy – kis valószínűséggel – protonok keletkeznek, ha α -részecskék ütköznek egy Wilson-kamrában lévő levegő nitrogén atommagjaival. A reakció egyenlete a következő:



A kísérletek során 23 ezer Wilson-kamrás felvételt értékelt ki. Ezek közül 8 felvételen lehetett olyan részecske-nyomokat (vonalak) látni, amelyek a fenti reakcióra utaltak.

a.) Hogyan működik a Wilson-kamra?

b.) Hogyan nézhetett ki az a vonal-elrendezés, amely erre a folyamatra utalt? **(5 pont)**

Megoldás:

- a.) Túltelített gőzt állítanak elő, amelyben a részecskék keltette ionok kicsapódási gócként viselkednek. Az egyes részecskékre utaló nyomok különböző vastagságúak. Mágneses mezőben a részecskék pályának alakjából, görbületi sugarából következtetni lehet fajlagos töltésükre, sebességükre, a pálya hosszából energiájukra. A protonok kevesebb iont hoznak létre útjuk közben, így pályagörbájük vékonyabb vonal, mint az α részecskéké.
- b.) Az α -részecske pályája elágazik, de úgy, hogy az egyik nyom vékony lesz (ez a proton nyoma), míg a másik vastag (ez a keletkezett oxigénmag nyoma). Az, hogy a vastagabb vonal az oxigénmag nyoma, azt az energia- és lendület-megmaradás alapján lehetett kiszámolni.

Formázott: Betűtípus: Félkövér,
Aláhúzás

3. feladat (kitűzte: Radnóti Katalin)

Amikor elkezdtek vizsgálni a radioaktív sugárzás természetét még csak gyenge mágneses mezőket tudtak előállítani. Ezekben a sugárzás a ma ismert három helyett csak két nyálábra bomlott fel. Vajon miért?

(5 pont)

Adatok: A kérdés megválaszolásához számoljon 0,01 T indukciójú mágneses mezővel, a kibocsátott elektronok átlagenergiáját vegye 0,511 MeV-nek, az alfa-részecskékét pedig 5,11 MeV-nek.

Megoldás:

A mágneses mezőbe érkező töltött testek körpályán fognak mozogni. Az ehhez szükséges centripetális erőt a Lorentz erő szolgáltatja. A részecskék mozgását leíró egyenlet:

$$m \frac{v^2}{R} = q \cdot v \cdot B. \text{ Innen a körpálya sugara: } R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}.$$

A számlálóban a részecskék lendülete $p = mv$ van. Ezt a relativisztikus energiaképletből lehet kiszámítani: $E_{kin} = \sqrt{(pc)^2 + (m_0c^2)^2} - m_0c^2$. ahol E_{kin} a részecske mozgási energiája, m_0 pedig a nyugalmi tömege.

$$\text{Ebből kapjuk: } pc = \sqrt{(E_{kin} + m_0c^2)^2 - (m_0c^2)^2} = \sqrt{E_{kin} \cdot (E_{kin} + 2m_0c^2)}$$

Alfa részecskék esetében $q = 2e$, $m_\alpha \sim 8000 m_e$, és $E_\alpha \sim 10 E_e$. Vegyük figyelembe, hogy $E_e \sim m_e c^2$, Ezért

$$R_\alpha = \frac{p_\alpha \cdot c}{2 \cdot e \cdot B} \approx \frac{\sqrt{10E_e(10E_e + 8000 \cdot m_e c^2)}}{2 \cdot e \cdot B} \approx \frac{m_e c^2}{2eB} \cdot \sqrt{10 \cdot 8010} = 141,5 \frac{m_e c^2}{eB}.$$

Elektronok esetében pedig:

$$R_e = \frac{p_e \cdot c}{e \cdot B} \approx \frac{\sqrt{E_e(E_e + m_e c^2)}}{eB} \approx \frac{m_e c^2}{eB} \sqrt{2} \approx 1,41 \cdot \frac{m_e c^2}{eB}.$$

Tehát az alfa részecskék **pályasugara kb. százszor akkora**, mint az elektronoké. Amikor tehát az elektronok pályájának "begörbülését" már meg lehet figyelni, az alfa-részecskékét még nem. Ehhez még ki sem kell számolni a konkrét pályasugarakat.

Kihasználva, hogy $m_e c^2 = 0,511 \text{ MeV} = 0,511 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 8,176 \cdot 10^{-14} \text{ J}$, a konkrét pályasugár az elektronokra $R_e = 1,41 \cdot \frac{8,176 \cdot 10^{-14}}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,01} = 7,2 \cdot 10^7 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$, s ebből $R \sim 0,24 \text{ m}$.

Ez könnyen megfigyelhető, míg a 24 méteres pályasugár az alfa-részecskéknél rövid távon nem észlelhető.

II. Ha klasszikusan számolnánk, akkor $p = \sqrt{2mE}$, így a két részecske lendületének

$$\text{aránya: } \frac{p_\alpha}{p_e} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8000 m_e \cdot 10 E_e}{2 m_e E_e}} = \sqrt{80000} = 282,8. \text{ Ezzel a két sugár aránya:}$$

$$\frac{R_\alpha}{R_e} = \frac{282,8}{2} = 141,4. \text{ Jól látható a relativisztikus és a klasszikus számolás}$$

különbsége. (Klasszikus számolást a II. kategóriánál teljes értékű megoldásnak kell elfogadni, az I. kategóriánál 1 pont levonás jár érte.)

4. feladat (kitűzte: Sükösd Csaba)

Egy hagyományos egyszínű fényforrás másodpercenként 10^{13} fotont bocsát ki, amelyek a tér minden irányába véletlenszerűen indulnak. Két kísérletet hajtunk végre ezzel a fényforrással:

- a.) *kísérlet:* A fényforrástól 1 m távolságra 1 mm^2 keresztmetszetű lyuk van, az ezen áthaladt fényt egy optikai rácstra ejtjük, majd az elhajlási képet fényképezőlemezen rögzítjük. A lemez megvilágításának ideje 1 s.
- b.) *kísérlet:* A fényforrást 1 km-re visszük a lyuktól (valamint az optikai ráctól és a fényképezőlemezről). A megvilágítási idő most 1 millió s.

Kérdések:

- a.) Hány foton halad át a lyukon másodpercenként az első, ill. a második kísérletben?
- b.) Lesz-e különbség a két fényképezőlemezen rögzített kép között? Ha nem, miért nem, ha igen, milyen különbség lesz? **(5 pont)**

Megoldás:

Az első kísérletben a lyukon másodpercenként $10^{13} \cdot \frac{10^{-6}}{12,56} = 796178$ foton halad át. A

második kísérletben hasonlóan kapjuk, hogy másodpercenként 0,79 foton halad át, azaz átlagosan 1,256 másodpercenként halad át 1 foton. Az első esetben egyszerre sok foton érkezik az optikai rácstra, a második kísérletben egyszerre legfeljebb egy. Mindkét kísérletben a fényképezőlemezen kialakuló képet kb. ugyanannyi (796178) foton hozza létre, hiszen a második kísérletben éppen annyiszor hosszabb ideig mérünk, ahányszor kisebb az intenzitás. A fényképezőlemezekeken rögzített képek között mégsem lesz különbség (eltekintve apróbb statisztikus ingadozásoktól), mert a fotonok nem egymással, hanem saját magukkal interferálnak amikor áthaladnak az optikai rácson. Ezért az „egy-fotonos” kísérletben is ugyanolyan interferenciaképet találunk, mint amikor egyszerre sok foton érkezett.

5. feladat (kitűzte: Sükösd Csaba)

Egy speciális lézerrel 5 fs (femtosekundum, 10^{-15} s) ideig tartó, $\lambda = 600$ nm átlagos hullámhosszúságú fényimpulzusokat hozunk létre. Mekkora ezeknek a fotonoknak a hullámhossz-bizonytalansága? **(5 pont)**

Megoldás:

Az $5 \cdot 10^{-15}$ s ideig tartó fény hullámcsoport eleje és vége között a távolság:

$L = c \cdot t = 3 \cdot 10^8 \cdot (5 \cdot 10^{-15}) = 1,5 \cdot 10^{-6}$ m. Azaz $\Delta x \sim 1,5 \cdot 10^{-6}$ m. A Heisenberg

határozatlansági összefüggés miatt ebből $\Delta p \approx \frac{\hbar}{\Delta x}$. Mivel $p = \frac{h}{\lambda}$, ezért

$$\Delta p = p_2 - p_1 = h \left(\frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right) = h \left(\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 \lambda_2} \right) \approx h \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2}. \text{ Ebből kapjuk, hogy } \Delta \lambda \approx \lambda^2 \frac{\Delta p}{h}.$$

Behelyettesítve Δp értékét: $\Delta \lambda \approx \lambda^2 \frac{\hbar}{h \cdot \Delta x} = \lambda^2 \frac{1}{2\pi \cdot \Delta x}$. Végül a számértékeket

behelyettesítve: $\Delta \lambda \approx \frac{600 \cdot 10^{-9} \cdot 600 \cdot 10^{-9}}{6,28 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6}} = 38,2 \cdot 10^{-9}$ m.

6. feladat (kitűzte: Radnóti Katalin)

6. feladat (kitűzte: Radnóti Katalin)

A rádium és a polónium felfedezését követően a Curie házaspár különböző módokon vizsgálta az új anyagokat. 0,1 g frissen előállított rádiumot 10 g vízzel együtt kaloriméterbe helyeztek, amelyben óránként 1°C melegedést tapasztaltak. Ezt követően az előbbi rádiummennyiségből különválasztották annak 1/100000-ed részét, melyet egy 30 cm átmérőjű, belülről világító festékkel bevont vákuumharang közepére helyezték el. Mikroszkópon keresztül 1 mm² felületen 8 felvillanást lehetett látni percenként.

A Curie házaspár mérései alapján becsülje meg a rádium

a.) felezési idejét,

b.) a bomlás energiáját!

(5 pont)

Megoldás:

A különválasztott minta tömege $m = 10^{-6} \text{ g} = 10^{-9} \text{ kg}$. A felhígított mintából kijövő alfa-részecskék a tér minden irányába egyenletesen repülnek. Ezért, ha egy 0,15 méterre lévő 1 mm² felületen percenként 8 becsapódást észlelünk, akkor egy 0,15 m sugarú gömb teljes

felszínére percenként $8 \cdot \frac{4\pi R^2}{F} = 8 \cdot \frac{4\pi(0,15)^2}{10^{-6}} = 2,26 \cdot 10^6$ alfa-részecske csapódna be.

Ennyit bocsát tehát ki a forrás egy perc alatt. A minta aktivitása (a másodpercenkénti

bomlások száma) tehát: $A_1 = \frac{2,26 \cdot 10^6}{60} = 37700 \text{ Bq}$.

A rádium móltömege $M = 226 \text{ g}$, ezért a mintában lévő atomok száma:

$$N = \frac{10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{23}}{226} = 2,65 \cdot 10^{15} \text{ db.}$$

Innen a bomlási állandó:

$$\lambda = \frac{A_1}{N} \approx 1,42 \cdot 10^{-11}$$

A felezési idő pedig:

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx 4,88 \cdot 10^{10} \text{ s,}$$

ami körülbelül 1550 évnek felel meg. (A pontos irodalmi adat 1602 év.)

b.)

A vízbe helyezett rádium tömege: $m_{\text{Ra}} = 10^{-4} \text{ kg}$, a víz tömege $m_{\text{víz}} = 10^{-2} \text{ kg}$. Az igen kis mennyiségű rádium hőkapacitását elhanyagoljuk a víz hőkapacitása mellett.

A vízben lévő rádium aktivitása $A_2 = 10^5 A_1 = 3,768 \cdot 10^9 \text{ Bq}$.

Az óránként felszabaduló energia:

$$\Delta E = c \cdot m_{\text{víz}} \cdot \Delta T \approx 42 \text{ J}$$

A másodpercenként felszabaduló energia:

$$\frac{\Delta E}{3600} \approx 1,17 \cdot 10^{-2} \text{ J}$$

A bomlásonként felszabaduló energia:

$$\varepsilon = \frac{1,17 \cdot 10^{-2}}{3,768 \cdot 10^9} \approx 3,1 \text{ pJ.}$$

7. feladat (kitűzte: Berta Miklós)

Egy E_γ energiájú foton szabadon mozgó elektronon szóródik. A szóródás után a foton az eredeti irányához képest 60 fokos szög alatt távozik, a szóródás következtében az elektron pedig megáll. Határozza meg a foton hullámhosszának megváltozását, valamint az elektron mozgási energiájának nagyságát az ütközés előtt!

Adatok: Legyen $E_\gamma = m_e c^2$ (az elektron nyugalmi energiája)

(5 pont)

Megoldás:

A folyamat egy „fordított” Compton-szórás, amikor szórás közben a foton energiát nyer a kezdetben mozgó elektrontól.

Az energia- és a lendület megmaradási törvényt kell felírni. Jelöljük p_γ, p'_γ, p_e -vel rendre a foton szórás előtti, szórás utáni lendületét, valamint az elektron szórás előtti lendületét (az elektron lendülete a szórás után 0).

Az energia megmaradása: $p_\gamma c + \sqrt{(p_e c)^2 + (m_0 c^2)^2} = p'_\gamma c + m_0 c^2$. Használjuk ki, hogy $E_\gamma = p_\gamma c$, és hogy $E_\gamma = m_e c^2$, így kapjuk $\sqrt{(p_e c)^2 + (p_\gamma c)^2} = p'_\gamma c$. Négyzetre emelve, és c^2 -el egyszerűsítve adódik: $p_e^2 + p_\gamma^2 = p'^2_\gamma$.

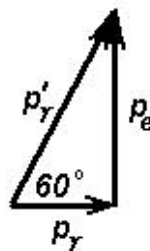
A három lendületre tehát érvényes Pythagorasz tétele, azaz a három lendületvektor derékszögű háromszöget alkot. Mivel a feladat szerint p_γ és p'_γ által bezárt szög 60° , ezért a három lendületvektor az ábra szerint helyezkedik el.

Ebből azonnal adódik: $p'_\gamma = 2p_\gamma$, azaz $E'_\gamma = 2E_\gamma$. A foton kezdeti

hullámhossza $\lambda = \frac{h}{p_\gamma}$, a szóródott foton hullámhossza pedig:

$\lambda' = \frac{h}{p'_\gamma} = \frac{h}{2p_\gamma} = \frac{1}{2} \cdot \lambda$. A hullámhossz megváltozása tehát:

$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = -\frac{1}{2} \lambda$. A foton hullámhossza tehát éppen a felére csökkent.



A foton eredeti hullámhosszára felírhatjuk: $\frac{hc}{\lambda} = 0,511 \text{ MeV} = 8,176 \cdot 10^{-14} \text{ J}$, ebből pedig

$\lambda = \frac{hc}{8,176 \cdot 10^{-14}} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{8,176 \cdot 10^{-14}} = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ m}$. A hullámhossz-megváltozás tehát

ennek éppen a fele, azaz $\Delta\lambda = 1,215 \cdot 10^{-12} \text{ m}$.

Az elektron mozgási energiája az ütközés előtt:

$T = E_e - m_0 c^2 = \sqrt{(p_e c)^2 + (m_0 c^2)^2} - m_0 c^2$. A lendületvektorok alkotta háromszög alapján

$p_e c = \frac{\sqrt{3}}{2} p_\gamma c = \frac{\sqrt{3}}{2} m_0 c^2$, ezért

$T = m_0 c^2 \left(\sqrt{\frac{3}{4} + 1} - 1 \right) = m_0 c^2 \left(\sqrt{\frac{7}{4}} - 1 \right) = 0,3229 \cdot m_0 c^2$.

Behelyettesítve, hogy $m_0 c^2 = 0,511 \text{ MeV}$, kapjuk: $T = 0,165 \text{ MeV}$.

8. feladat (kitűzte: Vastagh György)

Atommagok vizsgálatához olyan részecskékre van szükség, amelyek de Broglie-hullámhossza kisebb, mint az atommag sugara (pl. $\lambda = 10^{-15}$ m). Számolja ki ennek a hullámhossznak megfelelő energiát:

- a.) fotonokra,
- b.) elektronokra!

(5 pont)**Megoldás:**

Adott $\lambda = 10^{-15}$ m, ebből a részecske lendülete: $p = \frac{h}{\lambda}$ meghatározható.

Ekkora lendületű foton energiája: $E_\gamma = pc = h \frac{c}{\lambda} = 6,626 \cdot 10^{-34} \frac{3 \cdot 10^8}{10^{-15}} = 19,88 \cdot 10^{-11}$ J. Ez

kb. **1242,5 MeV** (!).

Ekkora lendületű elektron mozgási energiája (relativisztikusan kell számolni!)

$$T = \sqrt{(pc)^2 + (m_0 c^2)^2} - m_0 c^2 = \sqrt{\left(\frac{hc}{\lambda}\right)^2 + (m_0 c^2)^2} - m_0 c^2. \text{ Vegyük észre, hogy a gyökjel}$$

alatti első tagot már a fotonokra kiszámoltuk = 1242,5 MeV. Ezért az elektron mozgási energiája: $T = \sqrt{(1242,5)^2 + (0,511)^2} - 0,511 = \mathbf{1241,99 \text{ MeV}}$. Látszik, hogy ezek az elektronok „ultra-relativisztikusak”, azaz a nyugalmi tömegük lényegében elhanyagolható a mozgási energiájuk mellett.

9. feladat (kitűzte: Vastagh Gvörgy)

Számítsa ki a ^{226}Ra radioaktív bomlásából keletkező α -részecske mozgási energiáját a rádium vonatkoztatási rendszerében!

(5 pont)

Kötési energia adatok: ^{226}Ra : 281,894 pJ, ^{222}Rn : 277,795 pJ, α -részecske: 4,533 pJ

Megoldás:

A ^{226}Ra α -bomlása a következőképpen zajlik: $^{226}\text{Ra} \longrightarrow ^{222}\text{Rn} + \alpha$. A bomlásnál felszabaduló teljes energia a tömeg-különbségekből adódik: $Q = (M_{\text{Ra}} - M_{\text{Rn}} - M_{\alpha})c^2$. Az egyes részecskék

teljes tömege: $M = Z \cdot m_p + (A - Z) \cdot m_n - \frac{E_{\text{köt}}}{c^2}$, ahol m_p a proton tömege, m_n a neutron tömege,

$E_{\text{köt}}$ pedig a mag teljes kötési energiája. Mivel ebben a magreakcióban mind a protonok (Z), mind a neutronok száma ($A - Z$) állandó marad, ezért a felszabaduló teljes energia csak a kötési energiák különbségéből adódik, vagyis:

$$Q = E_{\text{köt}}(\text{Rn}) + E_{\text{köt}}(\alpha) - E_{\text{köt}}(\text{Ra}) = 277,795 + 4,533 - 281,894 = 0,434 \text{ pJ}.$$

A Ra atommaghoz rögzített koordináta-rendszerben a szétrepülő két részecske lendülete ellentétes irányú, de azonos abszolút értékű.

Ez szerintem a laborrendszerre igaz, de lehet, hogy rosszul gondolom.

Emiatt: $Q = \frac{p^2}{2M_{\alpha}} + \frac{p^2}{2M_{\text{Rn}}} = E_{\alpha} + E_{\text{Rn}}$. Ebből az következik, hogy a felszabaduló energián a részecskék a tömegükkel fordított arányban osztoznak.

$$\text{Vagyis } E_{\alpha} = Q \frac{M_{\text{Rn}}}{M_{\text{Rn}} + M_{\alpha}} = Q \frac{222}{226} = 0,426 \text{ pJ. Ez szerintem megint a laborrendszerben igaz.}$$

Ha rácsücsülünk a rádium magra, akkor onnan az alfa sebessége icipicivel nagyobbak fog tűnni.

Formázott: Betűtípus: Nem Félkövér,
Nincs aláhúzás

Formázott: Jobb: 0 cm, Térköz
Előtte: 0 pt, Szegély: Fent: (Szegély
nélkül), Alul: (Szegély nélkül), Bal
oldalt: (Szegély nélkül), Jobb oldalt:
(Szegély nélkül)

10. feladat (kitűzte Újvári Sándor)

Miért nincs 8 tömegszámú stabil atommag?

(5 pont)

Kötési energia adatok: ${}^8\text{Be}$: 9,051 pJ, ${}^4\text{He}$: 4,533 pJ

Megoldás:

Könnyű atommagoknál adott tömegszám mellett az a legstabilabb atommag, ahol a protonok és a neutronok száma megegyezik. Ezért elegendő megvizsgálni a 4 protont és 4 neutront tartalmazó ${}^8\text{Be}$ atommagot. Ha ez nem létezik, nem létezhet más, 8-as tömegszámú atommag sem.

A ${}^8\text{Be}$ atommagban lévő protonok és neutronok közül kettő-kettő a legalacsonyabb, csomómentes 1s állapotba kerül – akárcsak az α -részecskében. A további két proton, ill. két neutron a Pauli-elv miatt a jóval nagyobb mozgási energiát jelentő, egycsomós p-állapotba kényszerül. Jóllehet a 8 részecske között több kölcsönhatás tud létrejönni, mint 4 között (és ez a mag energiáját mélyíti), a p állapotba szorult részecskék megnövekedett mozgási energiája a ${}^8\text{Be}$ atommag energiáját is magasabbra tolja. Ezért energetikailag kedvezőbb lesz a ${}^8\text{Be}$ -nak két α -részecskére szétesni, mert 2 α -részecskében mind a nyolc részecske a legalacsonyabb, csomómentes állapotba kerülhet. Ezt a kötési energiákból is azonnal be lehet látni. A ${}^8\text{Be}$ kötési energiája 9,051 pJ, és ez kisebb, mint kétszer az α -részecske kötési energiája: $2 \cdot 4,533 = 9,566$ pJ.

A magyarázat végeredményben az α -részecske kiemelten erős kötésében rejlik. Az α -részecskében a legalacsonyabb, csomómentes állapot betöltődik két protonnal, és két neutronnal. Mivel a magerők rövid hatótávolságúak, ezért ugyanabban az állapotban lévő részecskék között igen erős a kölcsönhatás. Emiatt az α -részecske az egyik legerősebben kötött atommag.