

Országos Szilárd Leó fizikaverseny Elődöntő 2014.

Minden feladat helyes megoldása 5 pontot ér. A feladatokat tetszőleges sorrendben lehet megoldani. A megoldáshoz bármilyen segédeszköz használható. Rendelkezésre álló idő: **180 perc.**

A javító tanár belátása szerint az 5 pont az itt megadottaktól eltérő formában is felosztható. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldást is természetesen értékelni kell!

1. feladat

(5 pont)

Fejezzük be az alábbi atommagfolyamatokat leíró egyenleteket:

(a) $\tilde{\nu} + {}^3\text{He} \rightarrow$

(b) $e^- + {}^8\text{B} \rightarrow$

(c) ${}^6\text{He} \rightarrow {}^6\text{Li} +$

(d) $\nu + {}^{12}\text{C} \rightarrow$

(e) ${}^{40}\text{K} \rightarrow \nu +$

Megoldás:

(a) $\tilde{\nu} + {}^3\text{He} \rightarrow {}^3\text{H} + e^+$

(1 pont)

(b) $e^- + {}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be} + \nu$

(1 pont)

(Megjegyzés: Mivel a ${}^8\text{Be}$ élettartama igen rövid, ezért helyes megoldásnak kell a következőt is elfogadni: $e^- + {}^8\text{B} \rightarrow {}^8\text{Be} + \nu \rightarrow {}^4\text{He} + {}^4\text{He} + \nu$)

(c) ${}^6\text{He} \rightarrow {}^6\text{Li} + e^- + \tilde{\nu}$

(1 pont)

(d) $\nu + {}^{12}\text{C} \rightarrow {}^{12}\text{N} + e^-$

(1 pont)

(e) ${}^{40}\text{K} \rightarrow \nu + e^+ + {}^{40}\text{Ar}$

(1 pont)

2. feladat

(5 pont)

Hány neutron keletkezik 1 nap alatt a Paksi Atomerőmű egy reaktorában, valamint a BME Oktatóreaktorában? Feltesszük, hogy mindkét reaktor folyamatosan 24 órát üzemel.

Adatok: Egy paksi reaktor hőteljesítménye 1485 MW, az oktatóreaktor maximális teljesítménye 100 kW. Egy hasadás során 185 MeV energia szabadul fel, és átlagosan 2,43 neutron keletkezik.

Megoldás:

1 MeV = $1,6 \cdot 10^{-13}$ J, tehát egy hasadásból 185 MeV = $2,96 \cdot 10^{-11}$ J szabadul fel. (1 pont)

Paks: 1 nap alatt: $1485 \cdot 10^6 \cdot 86400 = 1,28 \cdot 10^{14}$ J energia szabadul fel. Ez azt jelenti, hogy összesen $4,33 \cdot 10^{24}$ hasadás történik, ami **$1,05 \cdot 10^{25}$** számú neutront jelent. (2 pont)

BME: 1 nap alatt: $100 \cdot 10^3 \cdot 86400 = 8,64 \cdot 10^9$ J energia szabadul fel. Ez azt jelenti, hogy összesen $2,9 \cdot 10^{20}$ hasadás történik, ami **$7,09 \cdot 10^{20}$** számú neutront jelent. (2 pont)

3. feladat

(5 pont)

Mit értünk a termikus neutronok fogalma alatt? Becsüljük meg a sebességüket 27 °C hőmérsékleten!

Megoldás:

Termikus neutronoknak a környezetükkel hőmérsékleti egyensúlyban lévő neutrongázban lévő neutronokat értjük. A „termalizált” lassú neutronok átlagsebessége az

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{3}{2}kT \text{ összefüggésből kapható meg:}$$

300 K hőmérsékleten az átlagsebesség becsült értéke:

$$v = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \left[\frac{\text{J}}{\text{K}} \right] \cdot 300 [\text{K}]}{1,675 \cdot 10^{-27} [\text{kg}]}} = 2723,04 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] = 2,72 \left[\frac{\text{km}}{\text{s}} \right] = 9805,86 \left[\frac{\text{km}}{\text{h}} \right].$$

4. feladat

(5 pont)

Alapállapotú hidrogénatomokat felgyorsított elektronokkal gerjesztenek.

- Mekkora legyen az elektronokat gyorsító feszültség legkisebb értéke, hogy a hidrogéngáz színeképében pontosan két látható színeképvonal jelenjen meg?
 - Ilyen gerjesztés esetén a színekép összesen hány különböző vonalat tartalmaz? Milyen hullámhossztartományba esnek a nem látható vonalak?
 - A színeképben megjelenő legkisebb hullámhosszú látható fénnyel egy cézium katódot világítunk meg. Mekkora zárófeszültséggel lehet az elektronok kilépését megakadályozni?
- Adatok: A hidrogénatom energiája alapállapotban $-13,6 \text{ eV}$, az elektron kilépési munkája a cézium fémből: $0,3 \text{ aJ}$.

Megoldás:

- A H-atom energiaszintjei: $E_n = -\frac{13,6 [\text{eV}]}{n^2}$, ahol $(n = 1, 2, 3, \dots)$. A látható vonalak a

Balmer-sorozat tagjai. Ebben a két, legkisebb energiájú látható vonal az $n = 3 \rightarrow n = 2$ és az $n = 4 \rightarrow n = 2$ elektronátmeneteknél jön létre, ezért az elektronoknak legalább az $n = 4$ energiaszintre kell gerjesztetni az atomokat. Így a szükséges minimális energia: $U \cdot e = E_4 - E_1 = 12,75 \text{ eV}$ kell legyen. Vagyis az elektronokat gyorsító feszültség értéke $12,75 \text{ V}$. (2 pont)

- Összesen 6 színeképvonal jön létre:

az $\left. \begin{matrix} n = 4 \\ n = 3 \end{matrix} \right\} \rightarrow n = 2$ átmenetek 2 látható vonalat adnak (Balmer-sorozat),

az $\left. \begin{matrix} n = 4 \\ n = 3 \\ n = 2 \end{matrix} \right\} \rightarrow n = 1$ átmenetek 3 vonala UV tartományba esik (Lyman-sorozat),

az $n = 4 \rightarrow n = 3$ átmenet 1 vonala infravörös tartományba esik (Paschen-sorozat).

(2 pont)

- A fényelektromos jelenség energia-egyenlete: $hf = W_{ki} + eU$. „ e ” az elektron töltésének nagysága ($1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$), U pedig a zárófeszültség. Így kapjuk: $U = 0,7 \text{ V}$. (1 pont)

5. feladat

(5 pont)

A rádium 226-os tömegszámú izotópja által kibocsátott alfa részecske energiája $4,87 \text{ MeV}$. Tegyük fel, hogy a rádiumtartalmú kőzetben 1 g hélium keletkezik a radioaktív bomlás következtében.

- Mekkora lenne a keletkező összes alfa részecske mozgási energiája?
- Mekkora tömeget lehetne ezzel az energiával 1 km magasra fölemelni?

Megoldás:

A hélium atommagja az alfa részecske, melynek tömege 4 atomi egység. Így 1 g hélium $1/4$ mól, vagyis $1,5 \cdot 10^{23}$ darab részecske. $4,87 \text{ MeV} = 7,8 \cdot 10^{-13} \text{ J}$,

így az összes alfa részecske energiája $E = 1,5 \cdot 10^{23} \cdot 7,8 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 1,17 \cdot 10^{11} \text{ J}$. (3 pont)
 $E = m \cdot g \cdot h$, innen

$$m = \frac{E}{g \cdot h} = \frac{1,17 \cdot 10^{11} [\text{J}]}{10 \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right] \cdot 1000 [\text{m}]} = 1,17 \cdot 10^7 \text{ kg} = 11\,700 \text{ tonna!} \quad (2 \text{ pont})$$

6. feladat (5 pont)

Egy felületet 1000 W/m^2 intenzitással $5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ hullámhosszúságú fotonokból álló fény ér merőleges beeséssel.

- Hány foton éri a felület 1 m^2 -ét egy másodperc alatt?
- Mekkora az egyes fotonok lendülete?
- Ha a felület teljesen visszaveri a sugárzást, akkor mekkora nyomás származik a fotonoktól (fénynyomás)?

Megoldás:

a) Egy foton energiája, $\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = 3,9756 \cdot 10^{-19} \text{ J}$,

a fotonok másodpercenkénti száma négyzetméterenként (fotonok fluxusa):

$$\phi = \frac{W}{\varepsilon} = 2,515 \cdot 10^{21} [1/(\text{s} \cdot \text{m}^2)] \quad (1 \text{ pont})$$

Ekkor Δt idő alatt beérkezett fotonok száma A felületen:

$$N = \phi \cdot \Delta t \cdot A = \frac{W \cdot \Delta t \cdot A}{\varepsilon} = 2,515 \cdot 10^{21} \left[\frac{1}{\text{s} \cdot \text{m}^2} \right] \cdot \Delta t \cdot A.$$

b) Egyetlen foton lendülete: $I = \frac{\varepsilon}{c} = 1,3252 \cdot 10^{-27} [\text{kg} \cdot \text{m/s}] \quad (2 \text{ pont})$

c) A visszaverődéskor az átadott lendület egyetlen fotonra: $\Delta I = 2I$, ezért N foton által a felületre gyakorolt erő: $F = N \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{2I}{\Delta t}$, amiből a nyomás:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{N \cdot \left(\frac{2I}{\Delta t} \right)}{A} = \frac{\phi \cdot \Delta t \cdot A}{A} \cdot \left(\frac{2I}{\Delta t} \right) = 6,67 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}. \quad (2 \text{ pont})$$

Megjegyzés: ha csak a fény-nyomás lett volna a kérdés, akkor nem lett volna szükség még a hullámhossz megadására, és a fotonok számának a kiszámítására sem. Elegendő lett volna az

1 m^2 felületre 1 s alatt érkező energia (energiafluxus) ismerete: $\Phi = 1000 \left[\frac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{s}} \right]$. Ebből Δt

idő alatt A felületre eső fény lendülete ugyanis $I = \frac{\Phi \cdot \Delta t \cdot A}{c}$. Mivel teljesen visszaverődik, ezért az átadott lendület ennek kétszerese, azaz a felületre kifejtett erő:

$$F = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{2I}{\Delta t} = \frac{2\Phi \cdot \Delta t \cdot A}{c \cdot \Delta t} = \frac{2\Phi \cdot A}{c}.$$

A nyomás pedig az erő és a felület hányadosa, azaz

$$p = \frac{F}{A} = \frac{2\Phi \cdot A}{c \cdot A} = 2 \frac{\Phi}{c}.$$

Példánkban $\Phi = 1000 [\text{W/m}^2]$. Így a fény nyomása: $6,67 \cdot 10^{-6} \text{ Pa}$.

7. feladat (5 pont)

A fényelektromos jelenség vizsgálatához az 546 nm hullámhosszúságú zöld fény kiválóan alkalmas.

- a) Mekkora lenne az ilyen hullámhosszúságú elektronnak a sebessége?
 b) Mekkora potenciálkülönbség lenne képes erre a sebességre felgyorsítani az elektront?
 c) Hasonlítsa össze az azonos hullámhosszúságú zöld foton és az elektron energiáját!
 d) Lehetne-e hasonló jelenséget kiváltani – azaz alkáli fémből elektronokat kiszakítani – ugyanekkora hullámhosszúságú elektronokkal is?

Megoldás:

a) Az elektron hullámhosszának egyenlőnek kell lennie a zöld fény hullámhosszával, mely $5,46 \cdot 10^{-7}$ m. $mv = p = \frac{h}{\lambda}$, innen $v = \frac{h}{m \cdot \lambda} = 1340$ [m/s]. **(1 pont)**

b) $\frac{1}{2}mv^2 = eU$ innen $U = \frac{mv^2}{2e} = 5,1$ μ V. **(1 pont)**

c) Az elektron energiája $eU = 8,16 \cdot 10^{-25}$ J.

A foton energiája $E = \frac{hc}{\lambda} = 3,67 \cdot 10^{-19}$ J, azaz a foton energiája kb. 450 ezerszer nagyobb.

(2 pont)

d) Emiatt az ilyen hullámhosszúságú elektronnal biztosan nem lehetne kiszakítani elektronokat az alkáli fémből, mivel azok kilépési munkája tized eV (10^{-20} J) nagyságrendű.

(1 pont)

8. feladat

(5 pont)

Egy orvosi használatra szánt zárt kapszula elektronsugárzó $^{32}_{15}\text{P}$ izotópot tartalmaz. A kapszulát a kezelés során közvetlenül a daganatba ültetik. A beültetéskor az aktivitás 4,5 MBq, a kibocsátott β sugárzás átlagos energiája 700 keV. Tegyük fel, hogy a sugárzás energiájának 70%-a nyelődik el a daganatban. Mekkora az összes elnyelt energia egy 14 napos kezelés során?

Adatok: A $^{32}_{15}\text{P}$ felezési ideje 14,3 nap.

Megoldás:

A bomlási állandó: $\lambda = \frac{0,693}{14,3 \cdot 86400[\text{s}]} = 5,61 \cdot 10^{-7} \left[\frac{1}{\text{s}} \right]$

A részecskeszám: $N(0) = \frac{A}{\lambda} = \frac{4,5 \cdot 10^6 \left[\frac{1}{\text{s}} \right]}{5,61 \cdot 10^{-7} \left[\frac{1}{\text{s}} \right]} = 8,02 \cdot 10^{12}$ db

14 nap után: $N(t) = N(0) \cdot e^{-\lambda t} = 8,02 \cdot 10^{12} \cdot e^{-5,61 \cdot 10^{-7} \left[\frac{1}{\text{s}} \right] \cdot 1,2096 \cdot 10^6 [\text{s}]} = 4,07 \cdot 10^{12}$ db

A bomlások száma: $N(0) - N(t) = \Delta N = 3,95 \cdot 10^{12}$ db

Az elnyelt energia: $E = \Delta N \cdot E_{\beta} \cdot \eta = 3,95 \cdot 10^{12} \cdot 7 \cdot 10^5 [\text{eV}] \cdot 0,7 = 1,936 \cdot 10^{18} [\text{eV}] = 0,31 [\text{J}]$

9. feladat

(5 pont)

A Curie házaspár 1898-ban felfedezte fel a radioaktív rádium elemet. Ezt követően négy éves fáradságos munkával sikerült a tudós házaspárnak 0,1 g tömegű tiszta rádium fémek kémiai reakciók útján az uránszurokérből előállítani.

a) Ha az 0,1 g tömegű elkülönített rádiumot megőrizték volna, akkor mennyi maradt volna belőle mára?

b) Mennyi volt a kinyert rádium fém sugárzási teljesítménye elkülönítéskor, és mennyi lenne most?
 c) Mennyi energia szabadult volna fel az elkülönített rádiumból az azóta eltelt időben?
Adatok: A rádium moláris tömege $M = 226$ g/mol, felezési ideje: 1600 év. Az alfa-részecske energiája: 4,87 MeV.

Megoldás:

Figyelni kell arra, hogy az előállítás éve 4 évvel később van, mint a felfedezés éve, azaz 1902-ben történt. Azóta 112 év telt el.

$$a) \quad m = m_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{112[\text{év}]}{1600[\text{év}]}} = m_0 \cdot 0,9526 \text{ azaz az eredeti tömeg } 95,26 \% \text{ maradt meg. (1 pont)}$$

$$b) \quad A = \frac{\ln 2}{T_f} N = \frac{\ln 2}{1,6 \cdot 10^3 \cdot 3,15 \cdot 10^7 \text{ s}} \frac{0,1[\text{g}]}{226[\text{g}]} \cdot 6 \cdot 10^{23} = 3,65 \cdot 10^9 \left[\frac{1}{\text{s}}\right] \rightarrow$$

$$P_0 = E_\alpha \cdot A = 4,87 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} \cdot 3,65 \cdot 10^9 [\text{W}] = 2,84 \cdot 10^{-3} [\text{W}] = 2,84 [\text{mW}]$$

A jelenlegi sugárzási teljesítmény ennek 95,26 %-a $P_{112} = 2,71$ mW lenne. (2 pont)

c) Összesen elbomlott $100 - 95,26 = 4,74\%$, azaz $0,0474 \cdot 0,1 = 0,00474$ g. Ebben volt

$$N = \frac{0,00474}{226} \cdot 6 \cdot 10^{23} = 1,258 \cdot 10^{19} \text{ részecske. Ennyi alfa-részecske is bocsátódott ki,}$$

egyenként 4,87 MeV energiával. Így a teljes felszabadult energia:

$$E_0 = 1,258 \cdot 10^{19} \cdot 4,87 \cdot 1,6 \cdot 10^{-13} [\text{J}] = 9802 \text{ kJ. (2 pont)}$$

Második megoldás: mivel a felezési idő sokkal nagyobb, mint a 112 év, ezért jól közelíthetjük az exponenciális bomlást egy lineáris függvénnyel, és így számolhatunk átlagos

teljesítménnyel is: $P_{\text{átl}} = \frac{P_0 + P_{112}}{2} = 2,775$ mW átlagos teljesítménnyel számolva

$$E_0 = P_{\text{átl}} \cdot t = 2,775 \cdot 10^{-3} \text{ W} \cdot 112 \cdot 3,15 \cdot 10^7 \text{ s} = 9,790 \cdot 10^6 \text{ J} = 9790 \text{ kJ}$$

10. feladat

(5 pont)

Mennyi egy E_n mozgási energiájú (nem-relativisztikus) neutron energiájának a legnagyobb változása, amikor egy nyugalomban lévő A tömegszámú atommaggal rugalmasan ütközik?

Megoldás:

A neutron tömege: m , sebessége ütközés előtt v_1 , ütközés után v_2 .

A mag tömege: $A \cdot m$; sebessége (ütközés után) v . Legnagyobb energiaváltozás egyenes ütközéskor következhet be, ezért a továbbiakban csak egyenes ütközést vizsgálunk.

Az impulzus és az energia is megmarad:

$$mv_1 + 0 = mv_2 + A \cdot m \cdot v, \text{ innen } v_1 = v_2 + A \cdot v \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} mv_1^2 + 0 = \frac{1}{2} mv_2^2 + \frac{1}{2} A \cdot m \cdot v^2, \text{ innen } v_1^2 = v_2^2 + A \cdot v^2 \quad (2)$$

Mivel $E_{n1} = E_{n2} + E_A$, így $E_A = -\Delta E_n$

$$(1) \text{ és } (2). \text{ből: } (v_2 + A \cdot v)^2 = v_2^2 + A v^2 \text{ innen: } v_2 = \frac{v(1-A)}{2} \text{ és így:}$$

$$E_{n2} = \frac{1}{2} mv_2^2 = \frac{1}{8} mv^2 (1-A)^2 = E_{n1} + \Delta E_n, \text{ amelyből } A\text{-val történő beszorzás után}$$

$$\text{kapjuk (mivel } \frac{1}{2} A \cdot mv^2 = E_A = -\Delta E_n) : \quad \Delta E_n = -E_n \frac{4A}{(1+A)^2}.$$