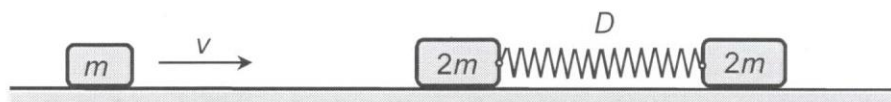


A 2018. évi Szilárd Leó fizikaverseny feladatainak megoldása

11. osztály

1. Vízszintes légpárnás sínen az ábrán látható módon a bal oldali, $m = 0,25$ kg tömegű testet $v = 3$ m/s sebességgel elindítjuk.



- Mekkora sebességgel indulnak el a pillanatszerűen ütköző testek a tökéletesen rugalmas ütközés után?
- Mekkora a $D = 100$ N/m direkciós erejű (rugóállandójú) rugó legnagyobb összenyomódása?
- Milyen messze van egymástól az m tömegű és a bal oldali $2m$ tömegű test, amikor az utóbbi sebessége az ütközés után először nulla az asztalhoz képest?

Megoldás:

a)

Írjuk fel az energia-, és lendület-megmaradás törvényeit az m és $2m$ tömegű testek tökéletesen rugalmas ütközésére:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mw^2 + \frac{1}{2}2mV^2,$$

$$mv = -mw + 2mV.$$

Az egyenletrendszert megoldva: az m tömegű test $w = v/3 = 1$ m/s sebességgel indul balra, a $2m$ tömegű test $V = 2v/3 = 2$ m/s sebességgel jobbra.

3 pont

b)

A rugó legnagyobb összenyomódása akkor van, amikor a két $2m$ tömegű test azonos sebességgel halad. A lendületmegmaradás törvénye szerint ez a sebesség, ami egyben az m és $2m$ tömegű testek közös tömegközéppontjának sebessége is:

$$v_{\text{Tkp.}} = \frac{m \cdot v + 2m \cdot 0}{m + 2m} = \frac{v}{3} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

2 pont

Írjuk fel az energia-megmaradás törvényét a $2m$ tömegű testekre és a rugóra közvetlenül az indulás pillanatára, valamint arra a pillanatra, amikor a rugó összenyomódása a legkisebb:

$$\frac{1}{2} 2m \left(\frac{2}{3} v \right)^2 = \frac{1}{2} D \Delta l^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} 2m \left(\frac{1}{3} v \right)^2.$$

Az egyenletet rendezve: $\Delta l = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{m}{D}} \cdot v = 0,1 \text{ m}$.

2 pont

c)

A kért időpontig a periódusidő fele telik el, és a bal oldali $2m$ tömegű test tömegközépponthez viszonyított elmozdulása zérus.

(Felhasználjuk, hogy a tömegközépponthez viszonyított fele akkora hosszúságú rugó direkciós ereje $2D$.)

$$d = \frac{T}{2} \cdot \left(\frac{v}{3} + \frac{v}{3} \right) = \pi \cdot \sqrt{\frac{2m}{2D}} \cdot \frac{2}{3} v = \frac{2\pi}{3} \cdot \sqrt{\frac{m}{D}} \cdot v = \frac{\pi}{10} \text{ m} = 0,314 \text{ m}$$

3 pont

Összesen: 10 pont

3. Egy 800 W és egy 1000 W teljesítményű fűtőtestünk mindegyike 110 V feszültségre készült.

- Legfeljebb mekkora feszültségre köthetjük a sorba kapcsolt fűtőtesteket, hogy egyik se kapjon 110 V feszültségnél többet?
- Mekkora ez esetben a fűtőtestek teljesítménye külön-külön?

Megoldás: Adatok: $P_1 = 800 \text{ W}$, $P_2 = 1000 \text{ W}$, $U_1 = 110 \text{ V}$.

a)

Először számoljuk ki, hogy az üzemi (110 V) feszültség esetén mekkora az egyes fűtőtesteken átfolyó áramerősség, illetve mekkora a fűtőtestek elektromos ellenállása:

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P}.$$

$$R_1 = \frac{U_1^2}{P_1} = 15,125 \Omega, \quad R_2 = \frac{U_1^2}{P_2} = 12,1 \Omega, \quad I_1 = \frac{U_1}{R_1} = 7,27 \text{ A}, \quad I_2 = \frac{U_1}{R_2} = 9,09 \text{ A}.$$

5 pont

A sorba kapcsolt fűtőtesteken a két kiszámolt elektromos áramerősség közül legfeljebb a kisebb folyhat. Ennek ismeretében már számolható, hogy mekkora feszültség köthető a rendszerre:

$$U_2 = (I_1, I_2)_{\min.} \cdot (R_1 + R_2) = 7,27 \text{ A} \cdot 27,225 \Omega \approx 198 \text{ V}$$

2 pont

b)

Mindkét fűtőtesten ugyanakkora (I_1) folyik, így az egyes fűtőtestek teljesítménye:

$$P_1^* = I_1^2 \cdot R_1 = 800 \text{ W}, \quad P_2^* = I_1^2 \cdot R_2 = 640 \text{ W}$$

3 pont

Összesen: 10 pont

4. A Paksi Atomerőmű telephelyén két új, egyenként 1200 megawatt elektromos teljesítményű blokk épülhet, amelyek várhatóan a 2020-as évek végén kezdik meg az energiatermelést.

- Várhatóan mennyi villamos energiát fog termelni a két új blokk, ha egy évben átlagosan 330 napot üzemel egy-egy reaktor?
- Mennyi szenet kéne elégetni abban a hőerőműben, ami helyettesítené a fenti két új reaktort?
- Becsüljük meg, milyen vastagon borítaná be Magyarország területét a szénerőmű által évente kibocsátott CO_2 gáz 27°C -os nyári melegben!
- Hazánk területének hány százalékát kéne teleültetni 50 éves fákkal, hogy a szénerőmű működése „észrevétlen” legyen?

Felhasználható adatok: a szén fűtőértéke $24,5 \text{ MJ/kg}$, a szénerőmű hatásfoka 40% . Magyarország területe 93 ezer km^2 , egy 50 éves fa $68,75 \text{ kg CO}_2$ -t dolgoz fel egy vegetációs időszakban. A fákat négyzethálósan ültetnék, a szomszédos fák átlagos távolsága 7 méter .

Megoldás:

a) Az egy esztendő alatt megtermelt villamos energia:

$$E_{\text{vill.}} = 2 \cdot P_{\text{vill.}} \cdot \Delta t = 2 \cdot 1200 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{s}} \cdot 330 \cdot 86400 \text{ s} = 6,84288 \cdot 10^{16} \text{ J}$$

2 pont

b) Induljunk ki a hatásfok fogalmából:

$$\eta = \frac{E_{\text{vill}}}{E_{\text{hő}}} = \frac{E_{\text{vill}}}{L \cdot m}$$

Az elégetett szén tömege:

$$m = \frac{E_{\text{vill}}}{E_{\text{hő}}} = \frac{E_{\text{vill}}}{L \cdot \eta} = \frac{6,84288 \cdot 10^{16} \text{ J}}{24,5 \cdot 10^6 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \cdot 0,4} = 6,98253 \cdot 10^9 \text{ kg} \approx 7 \text{ millió tonna}$$

2 pont

c) A teljes szénmennyiség tökéletes égését feltételezve, minden szénatomból egy szén-dioxid molekula keletkezik. Így a keletkező CO₂-gáz

anyagmennyisége: $n = \frac{m}{M} \approx 5,82 \cdot 10^{11} \text{ mol}$.

Tételezzük fel, hogy a gáz a felszín közelében lenne, ahol a nyomás közismert értéke 10⁵ Pa. Alkalmazzuk az állapotegyenletet: $p \cdot V = nRT$.

$$d = \frac{V}{A} = \frac{nRT}{A \cdot p} = \frac{5,82 \cdot 10^{11} \text{ mol} \cdot 8,31 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} \cdot 300 \text{ K}}{93\,000 \cdot 10^6 \text{ m}^2 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 15,6 \text{ cm}$$

3 pont

d) A keletkező CO₂-gáz tömege $m^* = n \cdot M^* = 2,56 \cdot 10^{10} \text{ kg}$.

Ezt a mennyiséget feldolgozó fák száma: $\frac{2,56 \cdot 10^{10} \text{ kg}}{68,75 \text{ kg}} = 3,7236 \cdot 10^8$.

Egy fa 49 m² területet igényel. A fák által lefedett terület:

$$3,7236 \cdot 10^8 \cdot 49 \text{ m}^2 = 18,25 \text{ ezer km}^2$$

Az erdősített terület aránya $\frac{18,25}{93} \approx 0,196$.

Hazánk területének kb. **19,6%**-át kéne 50 éves fákkal beültetni, hogy a szénerőmű működése „észrevétlen” legyen.

3 pont

Összesen: 10 pont

Simon Péter