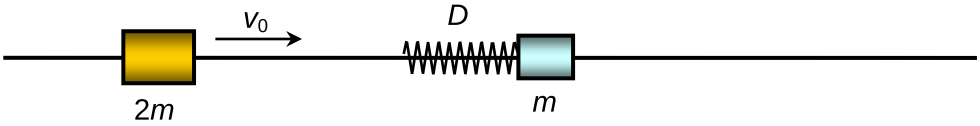
# A 2015. évi Szilárd Leó fizikaverseny feladatainak megoldása
## 12. osztály

### 1. feladat:




*a*) Amikor a rugó a legrövidebb, akkor a testek sebessége azonos. A lendület-megmaradásból:

$$2m\upsilon_0 = (m+2m)\upsilon_k,$$

$$\boxed{\upsilon_k = \frac{2}{3}\upsilon_0 = 1\ \frac{m}{s}.}$$

*b*) A rugóban tárolt energia a testek azonos sebessége esetén lesz a legnagyobb. Az energia-megmaradásból:

$$\frac{1}{2}\cdot 2m\upsilon_0^2 = \frac{1}{2}(m+2m)\upsilon_k^2 + E_r,$$

$$m\upsilon_0^2 = \frac{1}{2}\cdot 3m\cdot\left(\frac{2}{3}\upsilon_0\right)^2 + E_r,$$

$$\boxed{E_r = \frac{1}{3}m\upsilon_0^2 = 0{,}375\ \mathrm{J}.}$$

*c*) Legyen az *m* tömegű test sebessége a kölcsönhatás után $u_1$, a $2m$ tömegűé pedig $u_2$! A lendület- és energia-megmaradásból:

$$2m\upsilon_0 = mu_1 + 2mu_2,$$

$$\frac{1}{2}\cdot 2m\upsilon_0^2 = \frac{1}{2}mu_1^2 + \frac{1}{2}\cdot 2mu_2^2.$$

Ezeket alakítva:

$$2(\upsilon_0 - u_2) = u_1,$$

$$2(\upsilon_0^2 - u_2^2) = u_1^2.$$

$$\upsilon_0 + u_2 = u_1,$$

$$2(\upsilon_0 - u_2) = \upsilon_0 + u_2,$$

$$\boxed{u_2 = \frac{\upsilon_0}{3} = 0{,}5\ \frac{m}{s}.}$$

$$\boxed{u_1 = \frac{4}{3}\upsilon_0 = 2\ \frac{m}{s}.}$$

**d) Rögzítsük a koordináta-rendszert a rendszer tömegközépppontjához. Ebben a rendszerben a testek azonos frekvenciával harmonikus rezgőmozgást végeznek. Legyen a rugó nyújtatlan hossza *d*! Ekkor a 2*m* tömegű test tömegközépponttól mért távolsága:**

$$d_2 = \frac{m}{m+2m} \cdot d = \frac{1}{3} d.$$

**A rugót a tömegközéppontban gondolatban rögzíthetjük. A 2*m* tömegű testet tehát most egy $\frac{1}{3}d$ hosszúságú rugó mozgatja, aminek direkciós ereje:**

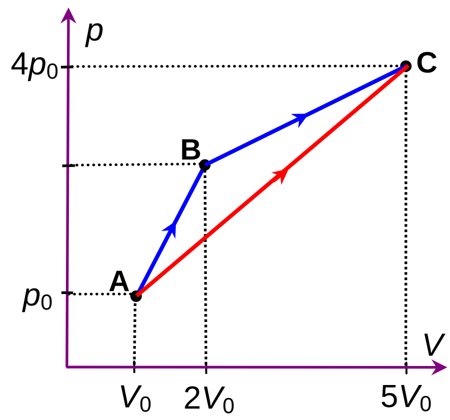
$$D_2 = 3D.$$

**A 2*m* tömegű test rezgésideje $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{3D}}$ lenne, de nincs a rugóhoz rögzítve, ezért $t_2 = \frac{T_2}{2}$ ideig fog a rugóval érintkezni:**

$$\boxed{t = \pi\sqrt{\frac{2m}{3D}} = \frac{\pi}{30}\ \mathrm{s} = 0{,}105\ \mathrm{s}.}$$

**2. feladat:**

***a)*** **Az egyatomos gáz belső energiájának megváltozása:**




$$\boxed{\Delta E_b^{(1)} = \frac{3}{2}\left(20\,p_0V_0 - p_0V_0\right) = \frac{57}{2}\,p_0V_0 = 5\,700\ \text{J}.}$$

**A kétatomos gáz belső energiájának megváltozása:**

$$\boxed{\Delta E_b^{(2)} = \frac{5}{2}\left(20\,p_0V_0 - p_0V_0\right) = \frac{95}{2}\,p_0V_0 = 9\,500\ \text{J}.}$$

***b)*** **A feladat feltétele szerint:**

$$Q_{AC} = \frac{23}{16}Q_{ABC}.$$

**Alkalmazzuk a termodinamika első főtételét a két folyamatra:**

$$Q_{ABC} = \Delta E_b^{(1)} + W_{ABC}^*,$$

$$Q_{AC} = \Delta E_b^{(2)} + W_{AC}^*.$$

**$Q_{AC}$ könnyen számolható:**

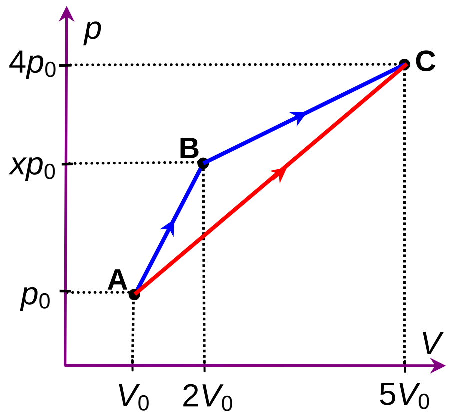
$$Q_{AC} = \Delta E_b^{(2)} + \frac{p_0 + 4p_0}{2}\left(5V_0 - V_0\right),$$

$$Q_{AC} = \frac{115}{2}\,p_0V_0 = 11\,500\ J.$$

$$\frac{16}{23}Q_{AC} = \frac{57}{2}\,p_0V_0 + W_{ABC}^*,$$

$$\boxed{W_{ABC}^* = \frac{16}{23}\cdot\frac{115}{2}\,p_0V_0 - \frac{57}{2}\,p_0V_0 = \frac{23}{2}\,p_0V_0 = 2\,300\ \text{J}.}$$

**c) Legyen az egyatomos gáz nyomása a B állapotban $xp_0$! Határozzuk meg a végzett munka alapján $x$ értékét!**




$$W^*_{\mathrm{ABC}} = \frac{p_0 + xp_0}{2} \cdot V_0 + \frac{xp_0 + 4p_0}{2} \cdot 3V_0,$$

$$\frac{23}{2} p_0 V_0 = \frac{1}{2}(4x + 13) p_0 V_0,$$

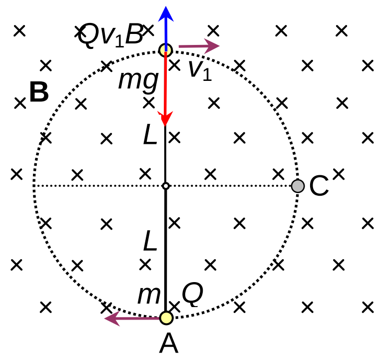
$$x = 2{,}5.$$

**Az egyesített gáztörvényből a keresett hőmérséklet:**

$$\frac{p_0 V_0}{T_{\mathrm{A}}} = \frac{2{,}5 p_0 \cdot 2V_0}{T_{\mathrm{B}}},$$

$$\boxed{T_{\mathrm{B}} = 5T_{\mathrm{A}} = 900\ \mathrm{K}.}$$

## 3. feladat:




*a*) **Indítsuk a golyót $v_0$ kezdősebességgel! Legyen a golyó sebessége a pálya legmagasabb pontjában $v_1$! A mágneses mezőben mozgó golyóra minden pillanatban hat a Lorentz-erő, ami merőleges a sebességre, tehát sugár irányú, így a munkája zérus. A mechanikai energia megmaradásából:**

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mg\cdot 2L + \frac{1}{2}mv_1^2,$$

$$v_1 = \sqrt{v_0^2 - 4gL} = \sqrt{\frac{1}{4}gL} = 1\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

**A golyót a lehető legkisebb sebességgel indítottuk. Ez azt jelenti, hogy a pálya legfelső pontjában a fonálerő zérussá válik. Írjuk fel a dinamika alapegyenletét ebben a pontban!**

$$m\frac{v_1^2}{L} = mg - Qv_1B.$$

**Ebből a mágneses indukció értéke:**

$$B = \frac{mg - m\dfrac{v_1^2}{L}}{Qv_1},$$

$$\boxed{B = \frac{3}{2}\cdot\frac{mg}{Q\sqrt{gL}} = 0{,}45\ \mathrm{T}.}$$

*b*) **Legyen a golyó sebessége a C pontban $v_2$, a fonálerő $K_C$! A mechanikai energia megmaradásából:**

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgL + \frac{1}{2}mv_2^2,$$

$$v_2^2 = v_0^2 - 2gL,$$

$$v_2 = \frac{3}{2}\sqrt{gL} = 3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

**A dinamika alapegyenletéből:**

$$m\frac{v_2^2}{L} = K_C - Qv_2B.$$

$$K_C = m\frac{v_2^2}{L} + Qv_2B,$$

$$K_C = \frac{9}{4}mg + Q\cdot\frac{3}{2}\sqrt{gL}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{mg}{Q\sqrt{gL}},$$

$$K_C = \frac{9}{2}mg.$$ **pont**

**Az A pontra is felírva a dinamika alapegyenletét:**

$$m\frac{\upsilon_0^2}{L} = K_A - mg - Q\upsilon_0 B,$$

$$K_A = m\frac{\upsilon_0^2}{L} + mg + Q\upsilon_0 B,$$

$$K_A = \frac{17}{4}mg + mg + Q\cdot\sqrt{\frac{17}{4}gL}\cdot\frac{3}{2}\cdot\frac{mg}{Q\sqrt{gL}},$$

$$K_A = \frac{21+3\sqrt{17}}{4}mg.$$

**A keresett arány:**

$$\boxed{\frac{K_A}{K_C} = \frac{7+\sqrt{17}}{6} = 1{,}85.}$$

## 4. feladat:

**Lásd 11. osztály!**

*Dr. Kotek László* *PTE TTK Fizikai Intézet*